

СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА И ХАОС В ЭЛЕКТРОННОМ АВТОГЕНЕРАТОРЕ С НАСЫЩЕНИЕМ, ОБЕСПЕЧИВАЕМЫМ ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ РАСПАДОМ

А.П. Кузнецов¹, С.П. Кузнецов¹, Л.В. Тюрюкина^{1,2}

¹Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

²Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

E-mail: lvtur@rambler.ru

При параметрическом возбуждении двух мод посредством накачки на суммарной частоте и отборе энергии третьей модой на разностной частоте возможна хаотическая динамика, рассмотренная в свое время в работе [1]. Полагая нелинейность квадратичной, авторы сформулировали систему амплитудных уравнений, которая сводилась к системе трех дифференциальных уравнений первого порядка с аттрактором типа Лоренца. Такой же механизм генерации хаоса может реализоваться при параметрическом взаимодействии волновых или колебательных мод в системах различной физической природы, например, механических, радиотехнических, оптических, акустических [2,3].

В работе исследуется параметрический генератор на основе двух колебательных контуров, один из которых включает отрицательную проводимость. Эффект насыщения автоколебаний и их хаотизация обусловлены параметрическим механизмом благодаря присутствию квадратичного нелинейного реактивного элемента на основе операционного усилителя и аналогового умножителя (рис. 1).

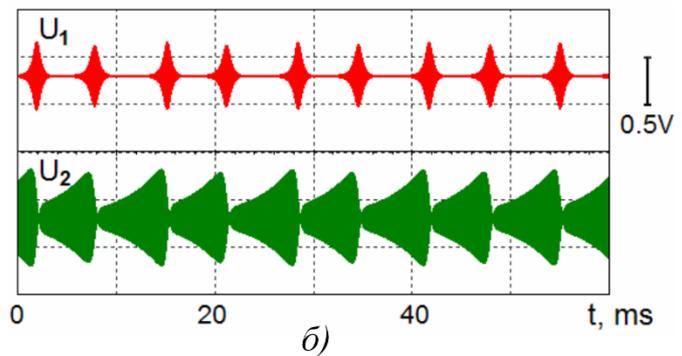
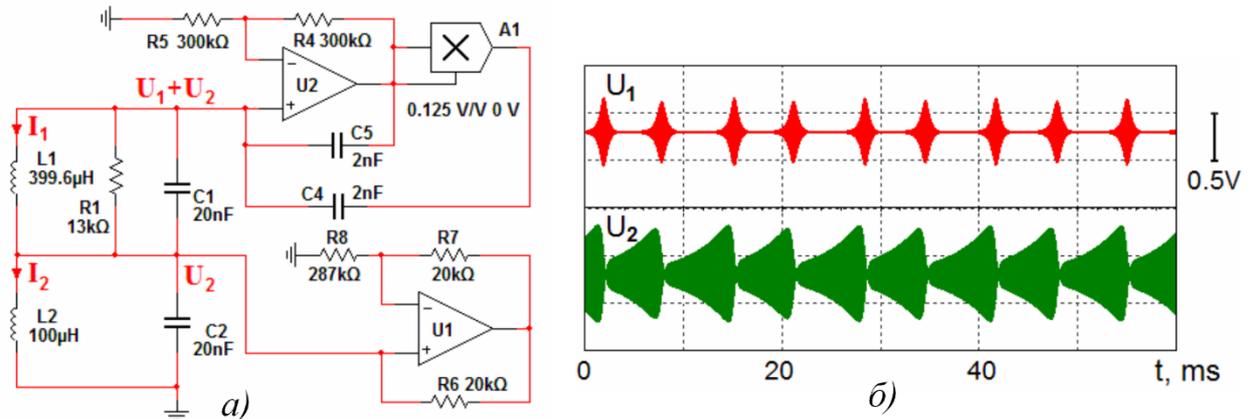


Рис. 1. Схема параметрического генератора (а) и графики зависимости напряжений U_1, U_2 на конденсаторах C_1, C_2 от времени (б).

Для представленной схемы получены уравнения, описывающие динамику системы, в том числе уравнения, непосредственно описывающие осцилляции напряжений и токов в колебательных контурах:

$$\frac{d^2}{dt^2} \left(U_1 + \frac{1}{2} \varepsilon U^2 \right) + \frac{1}{R_1 C} \frac{dU_1}{dt} + \frac{U_1}{L_1 C} = 0, \quad \frac{d^2}{dt^2} \left(U_2 + \frac{1}{2} \varepsilon U^2 \right) - \frac{g}{C} \frac{dU_2}{dt} + \frac{U_2}{L_2 C} = 0,$$

(1)

где $\varepsilon = 8KC_*/C$, $C = C_1 = C_2$ и $U = U_1 + U_2$, а собственные частоты колебательных контуров без учета диссипации удовлетворяют, по крайней мере, приближенно, условию параметрического резонанса $\Omega_2 \approx 2\Omega_1$; амплитудные

уравнения:

$$\dot{a}_1 + a_1 = -i\epsilon a_1^* a_2, \quad \dot{a}_2 - \gamma a_2 - i\delta a_2 = -i\epsilon a_1^2, \quad (2)$$

где $a_{1,2}$ – комплексные медленно меняющиеся амплитуды, введенные для напряжений U_1, U_2 , $\gamma = gR_1$ и $\delta \approx 2\Omega_1 - \Omega_2$; и уравнения в форме модели Вышкинда-Рабиновича [4]:

$$\dot{X} = Z + \delta Y - 2Y^2 + \gamma X, \quad \dot{Y} = -\delta X + 2XY + \gamma Y, \quad \dot{Z} = -2Z(X + 1). \quad (3)$$

В работе представлено сравнение результатов, полученных в рамках этих моделей, а также сравнение с результатами схемотехнического моделирования системы с использованием программного продукта Multisim. Построены карты режимов в пространстве параметров системы, портреты аттракторов, спектры, показатели Ляпунова. На рисунке 2 представлены численно построенные карта режимов и зависимость показателей Ляпунова вдоль линии фиксированного значения параметра δ для модели Вышкинда-Рабиновича. видно, что при уменьшении параметра γ , во всех системах наблюдается переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода. Отметим, что аналогичная динамика характерна и для остальных рассматриваемых в работе систем.

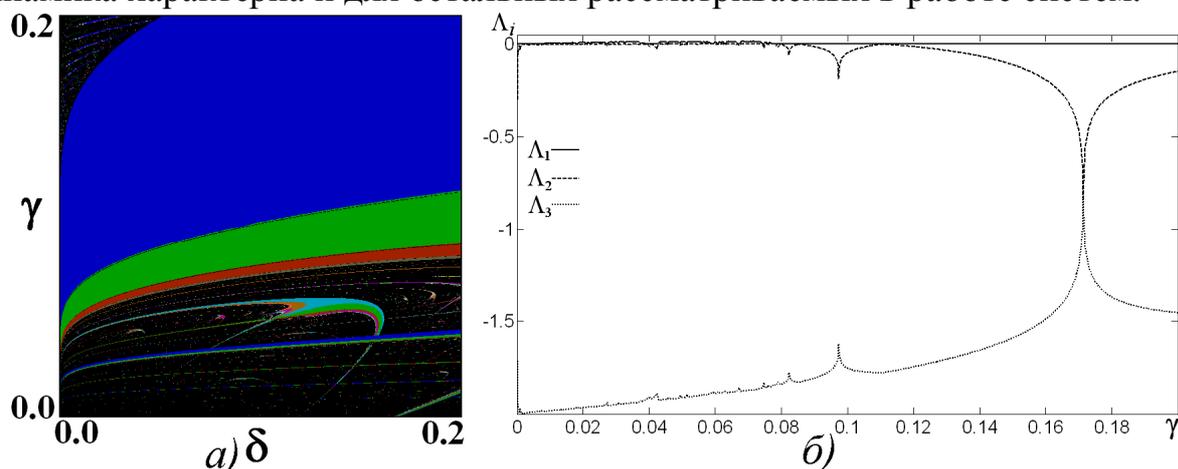


Рис.2 Карта режимов (а) и зависимость показателей Ляпунова от параметра вдоль линии $\delta=0.184$ для модельной системы Вышкинда-Рабиновича (3).

Результаты проведенного анализа показывают возможность использования рассмотренной электронной схемы для аналогового моделирования колебательно-волновых явлений в системах, к которым применимы модельные представления, развитые Вышкиндом и Рабиновичем.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ проект № 15-02-0289 (А.П.К., С.П.К., вывод уравнений и схемотехническое моделирование) и РФФИ № 17-12-01008 (Л.В.Т., численные расчеты).

Библиографический список

1. *Pikovski A.S., Rabinovich M.I., Traktengerts V.Y.* //Sov. Phys. JETP. 1978. Vol. 47. P.715.
2. *Ostrovskii L.A., Papilova I.A., Sutin A.M.* //Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters. 1972. Vol. 15. P.322.
3. *Akhmanov S.A., Khokhlov R.V.* //Physics-Uspekhi. 1966. Vol. 9. No 2. P.210.
4. *Вышкинд С.Я., Рабинович М.И.* // ЖЭТФ. 1976. Т.71. No 2. С.557.